Lösungen Übungsaufgaben I

Aufgabe 1:

Eine dreieckige Säule hat ein gleichseitiges Dreieck mit a = 7,5 cm als Grundfläche und eine Höhe von 30 cm. Berechne die Oberfläche und das Volumen.

$h_{\text{gleichseitiges Dreieck}} = \sqrt{7{,}5^2 - 3{,}75^2} = 6{,}5 \ (\text{cm})$

$A_{\text{gleichseitiges Dreieck}} = 3{,}75 \cdot 6{,}5 = 24{,}375 \ (\text{cm}^2)$

$O = 2 \cdot 24{,}375 + 3 \cdot 7{,}5 \cdot 30 = 723{,}75 \ (\text{cm}^2)$

$V = 24{,}375 \cdot 30 = 731{,}25 \ (\text{cm}^3)$

Aufgabe 2:

Eine dreieckige Säule hat ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten a = 6 cm und b = 8 cm als Grundfläche und eine Höhe von 40 cm.
Berechne die Oberfläche und das Volumen.

$V = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot 40 = 576 \ (\text{cm}^3)$

$c = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \ (\text{cm})$

$O = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 + (6 + 8 + 10) \cdot 30 = 768 \ (\text{cm}^2)$

Aufgabe 3:

Berechne die Oberfläche und das Volumen einer (gleichschenkligen) Trapezsäule mit a = 32 cm, c = 24 cm, h_{Trapez} = 12 cm, $h_{\text{Körper}}$ = 70 cm.

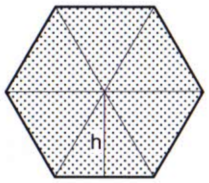
$V = \frac{32 + 24}{2} \cdot 12 \cdot 70 = 23520 \ (\text{cm}^3)$

$d = \sqrt{12^2 + 4^2} = 12{,}6 \ (\text{cm})$

$O = \frac{32 + 24}{2} \cdot 12 \cdot 2 + (2 \cdot 12{,}6 + 32 + 24) \cdot 70 = 6356 \ (\text{cm}^2)$

Aufgabe 4:

Berechne die Oberfläche und das Volumen einer regelmäßigen sechseckigen Säule mit der Grundkante a = 6 cm und $h_{\text{Körper}}$ = 60 cm.



$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2 \ (\text{cm})$

$A_{\text{regelmäßiges Sechseck}} = 6 \cdot 3 \cdot 5{,}2$

$A_{\text{regelmäßiges Sechseck}} = 93{,}6 \ (\text{cm}^2)$

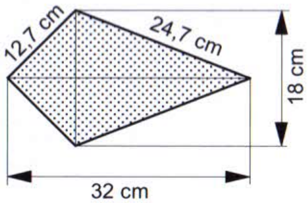
$O = 2 \cdot 93{,}6 + 6 \cdot 6 \cdot 60 = 2347{,}2 \ (\text{cm}^2)$

$V = 93{,}6 \cdot 60 = 5616 \ (\text{cm}^3)$

Lösungen Übungsaufgaben II

Aufgabe 5:

Das Prisma hat eine Höhe von 20 cm und die abgebildete Grundfläche. Berechne die Oberfläche und das Volumen.



$V = \frac{32 \cdot 18}{2} \cdot 20 = 5760 \ (\text{cm}^3)$

$O = \frac{32 \cdot 18}{2} \cdot 2 + 2 \cdot (12{,}7 + 24{,}7) \cdot 20$

$O = 2072 \ (\text{cm}^2)$

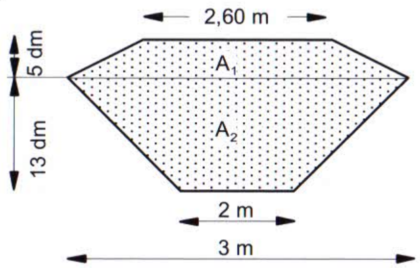
Aufgabe 6:

Berechne die fehlenden Größen des Zylinders.

Radius r	2 dm	**4 m**	**9 mm**	7 cm
Durchmesser d	**4 dm**	**8 m**	**18 mm**	**14 cm**
Höhe h	5 dm	6 m	21 mm	**5,5 cm**
Mantel M	**62,8 dm²**	150,8 m²	**1188 mm²**	**241,9 cm²**
Oberfläche O	**88,0 dm²**	**251,3 m²**	**1696 mm²**	**549,8 cm²**
Volumen V	**50,3 dm³**	**301,6 m³**	5344 mm³	846,7 cm³

Aufgabe 7:

Zur Beseitigung von Bauschutt werden Container benutzt, die 1,6 m breit sind und deren Seitenflächen wie abgebildet aussehen. Wie viel m³ Bauschutt fasst solch ein Container?



$A = A_1 + A_2$

$A_1 = \frac{2{,}60 + 3}{2} \cdot 0{,}5$

$A_1 = 1{,}4$

$A_2 = \frac{3 + 2}{2} \cdot 1{,}3$

$A_2 = 3{,}25$

$V = (A_1 + A_2) \cdot h_{\text{Körper}}$

$V = (1{,}4 + 3{,}25) \cdot 1{,}6$

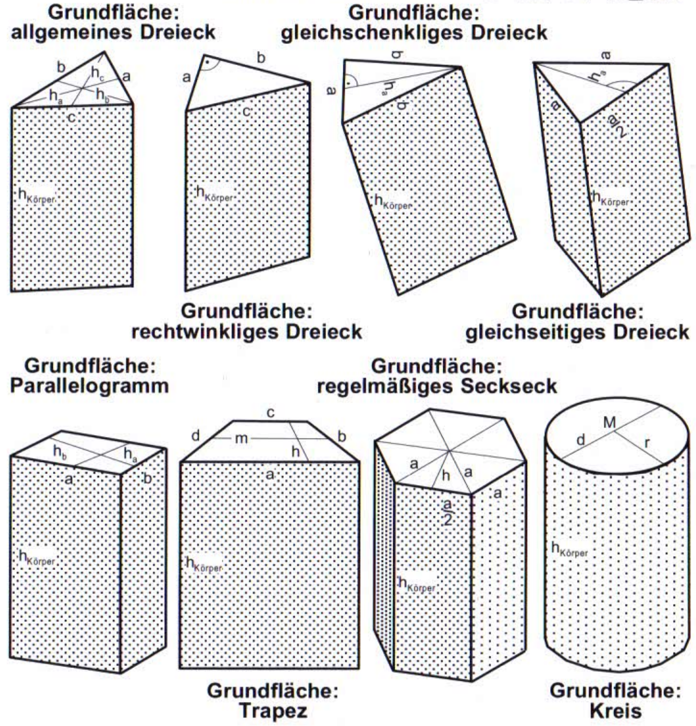
$V = 7{,}44$ Der Container fasst 7,44 m³ Bauschutt.

Dino T. Saurus´ Mathe-Flyer

zum Üben und Wiederholen

99

Volumen und Oberfläche gerader Prismen



Für alle oben abgebildeten kantigen Säulen (Prismen) gilt:

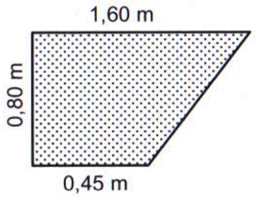
Volumen = Grundfläche • Körperhöhe
$\mathbf{V = G \cdot h_{Körper}}$
Oberfläche = Mantel + 2 • Grundfläche
$\mathbf{O = M + 2 \cdot G}$
Mantel = $\text{Umfang}_{\text{Grundfläche}}$ • Körperhöhe
$\mathbf{M = u \cdot h_{Körper}}$

Musteraufgaben

Aufgabe 1:
Von einem Prisma sind drei der fünf Größen u, h, G, M und O gegeben. Berechne die fehlenden Größen.

u	12 cm	***15 dm***	20 m	***4,6 m***	280 m
h	8 cm	7 dm	***7,5 m***	1,4 m	***3,5 m***
G	30 cm²	40 dm²	50 m²	40 dm²	***270 m²***
M	***96 cm²***	105 dm²	150 m²	***6,44 m²***	980 m²
O	***126 cm²***	***145 dm²***	***200 m²***	6,84 m²	1250 m²

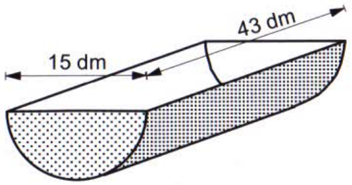
Aufgabe 2:
Die Schaufel einer Planierraupe hat nebenstehende Seitenfläche und ist 3,20 m breit. Wie viel m³ Erde kann die Schaufel laden, wenn sie gestrichen voll ist?



$V = \frac{0,45 + 1,60}{2} \cdot 0,8 \cdot 3,2 = 2,624$

Die Schaufel fasst 2,6 m³ Erde.

Aufgabe 3:
Wie viele Liter Wasser fasst der abgebildete halbe Zylinder?

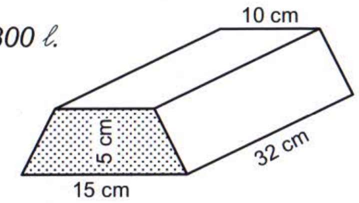


$V = \frac{1}{2} \cdot 7,5^2 \cdot \pi \cdot 43$

$V = 3799$

Der halbe Zylinder fasst 3800 ℓ.

Aufgabe 4:
Berechne das Volumen der Trapezsäule.



$V = \frac{15 + 10}{2} \cdot 5 \cdot 32$

$V = 2000$ *Das Volumen beträgt 2000 cm³.*

Aufgabe 5:
Ein zylinderförmiger Messbecher mit d = 30 cm soll 3 Liter Flüssigkeit fassen.
Wie hoch muss er mindestens sein?

$3 = 1,5^2 \cdot \pi \cdot h$

$3 = 7,07 \cdot h$

$0,42 = h$ *Der Messbecher ist 4,2 cm hoch.*

Übungsaufgaben I

Aufgabe 1:
Eine dreieckige Säule hat ein gleichseitiges Dreieck mit a = 7,5 cm als Grundfläche und eine Höhe von 30 cm. Berechne die Oberfläche und das Volumen.

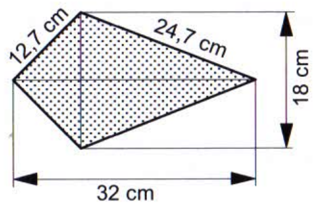
Aufgabe 2:
Eine dreieckige Säule hat ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten a = 6 cm und b = 8 cm als Grundfläche und eine Höhe von 40 cm.
Berechne die Oberfläche und das Volumen.

Aufgabe 3:
Berechne die Oberfläche und das Volumen einer (gleichschenkligen) Trapezsäule mit a = 32 cm, c = 24 cm, h_{Trapez} = 12 cm, $h_{Körper}$ = 70 cm.

Aufgabe 4:
Berechne die Oberfläche und das Volumen einer regelmäßgen sechseckigen Säule mit der Grundkante a = 6 cm und $h_{Körper}$ = 60 cm.

Übungsaufgaben II

Aufgabe 5:
Das Prisma hat eine Höhe von 20 cm und die abgebildete Grundfläche. Berechne die Oberfläche und das Volumen.



Aufgabe 6:
Berechne die fehlenden Größen des Zylinders.

Radius r	2 dm			7 cm
Durchmesser d				
Höhe h	5 dm	6 m	21 mm	
Mantel M		150,8 m²		
Oberfläche O				
Volumen V			5344 mm³	846,7 cm³

Aufgabe 7:
Zur Beseitigung von Bauschutt werden Container benutzt, die 1,6 m breit sind und deren Seitenflächen wie abgebildet aussehen. Wie viel m³ Bauschutt fasst solch ein Container?