

Lösungen Übungsaufgaben I

Aufgabe 1:

Aus einer Schale mit von 1 bis 100 nummerierten Kugeln wird eine Kugel blind gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit



- eine Zahl zu ziehen, die nicht die Ziffer 7 enthält?
- eine Primzahl zu ziehen?

a) $p(\text{keine 7 als Ziffer}) = \frac{81}{100} = 0,81$

b) $p(\text{Primzahl}) = \frac{25}{100} = 0,25$

Aufgabe 2:

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit mit zwei Würfeln die Augensumme 6 zu würfeln?



günstige Ausfälle: $\{1;5\}, \{2;4\}, \{3;3\}, \{4;2\}, \{5;1\}$

$p(\text{Augensumme } 6) = \frac{5}{36} = 0,13\bar{8}$

Aufgabe 3:

Es werden blind Buchstabenkarten gezogen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, die drei Karten

A M O

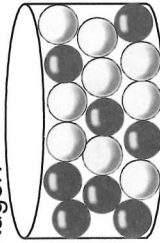
nacheinander so zu ziehen, dass das Wort OMA zu lesen ist?

Von den sechs möglichen Ausfällen AMO, AOM, MAO, MOA, OAM und OMA ist ein günstiger Ausfall.

$p(\text{OMA}) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$

Aufgabe 4:

Aus einem Behälter wird blind eine Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es eine schwarze Kugel?



$p(\text{schwarze Kugel}) = \frac{8}{17} \approx 0,47$

Lösungen Übungsaufgaben II

Aufgabe 5:

In einem Behälter sind weiße und schwarze Kugeln. Die Gesamtanzahl der Kugeln ist 72 und die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen, beträgt a) 0,375 b) 0,25. Wie viele weiße und schwarze Kugeln sind in dem Behälter?

a) $0,375 = \frac{3}{8} \quad \frac{x}{72} \quad x = 27$

Es müssen 27 weiße und 45 schwarze Kugeln sein.

b) $0,25 = \frac{1}{4} \quad \frac{x}{72} \quad x = 18$

Es müssen 18 weiße und 54 schwarze Kugeln sein.

Aufgabe 6:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Werfen von zwei Münzen a) beide Münzen Zahl zeigen?



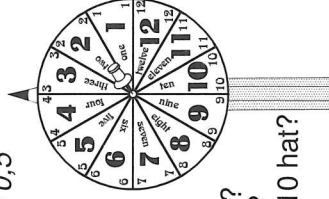
b) eine Münze Zahl, die andere Münze Bild zeigt?

a) $p(\text{Zahl, Zahl}) = \frac{1}{4} = 0,25$

b) $p(\text{Zahl, Bild oder Bild, Zahl}) = \frac{1}{2} = 0,5$

Aufgabe 7:

Wie groß ist bei diesem Glücksrad die Wahrscheinlichkeit, dass



- die gedrehte Zahl ungerade ist?
- die gedrehte Zahl durch 2 teilbar ist?
- die gedrehte Zahl eine Primzahl ist?
- die gedrehte Zahl die Quersumme 10 hat?
- die gedrehte Zahl aus zwei gleichen Ziffern besteht?

a) $p(\text{ungerade}) = \frac{6}{12} = 0,5$

b) $p(\text{durch 2 teilbar}) = \frac{6}{12} = 0,4\bar{1}\bar{6}$

c) $p(\text{Primzahl}) = \frac{5}{12} = 0,25$

d) $p(\text{Quersumme } 10) = \frac{0}{12} = 0$

e) $p(\text{zwei gleiche Ziffern}) = \frac{1}{12} = 0,08\bar{3}$



Wahrscheinlichkeitsrechnung Laplace-Experimente

Führt man Zufallsversuche in hoher Zahl durch, dann stabilisiert sich die relative Häufigkeit eines beobachteten Ereignisses. Diese Zahl zeigt, wie groß die Chance ist, dass dieses Ereignis eintritt, sie beschreibt die



Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.

Wenn bei Zufallsversuchen alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, dann nennt man diese Versuche nach dem französischen Mathematiker Simon de Laplace (28.3.1749 - 5.3.1827) **Laplace-Experimente**. Man berechnet die Wahrscheinlichkeit p für ein Ereignis A, indem man die Anzahl der für das Ereignis A günstigen Ausgänge durch die Anzahl der möglichen Ausgänge dividiert.

$$p(A) = \frac{\text{Anzahl der für das Ereignis günstigen Ausgänge}}{\text{Anzahl der möglichen Ausgänge}}$$

Beispiele:

Beim Würfeln mit einem Würfel ist für das Ereignis »Es wird eine Sechs gewürfelt« nur ein Ereignis günstig. Die Wahrscheinlichkeit ist daher $p(\text{Sechs}) = \frac{1}{6}$.

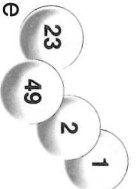
Die Wahrscheinlichkeit, aus einem Skatenspiel mit 32 Karten ein Ass zu ziehen, beträgt $\frac{4}{32} = 0,125$, weil sich vier Asses im Spiel befinden.

Die Wahrscheinlichkeit, an einem Glücksrad mit den Zahlen 1 bis 9 eine Primzahl zu drehen, beträgt $\frac{4}{9}$, weil es vier Primzahlen (2, 3, 5, 7) zwischen 1 und 9 gibt.

Musteraufgaben

Aufgabe 1:

Aus einer Schale mit von 1 bis 50 nummerierten Kugeln wird eine Kugel blind gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit



- eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern zu ziehen?
- eine nicht durch 9 teilbare Zahl zu ziehen?

a) $p(\text{gleiche Ziffern}) = \frac{4}{50} = 0,08$

b) $p(\text{nicht durch 9 teilbar}) = \frac{45}{50} = 0,9$

Aufgabe 2:

Aus einem gut gemischten Skatspiel mit 32 Karten wird eine Karte blind gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es

- ein schwarzes Ass?
- eine Lusche, also 7, 8, 9?
- eine schwarze Karte (Pik oder Kreuz)?

a) $p(\text{schwarzes Ass}) = \frac{2}{32} = 0,0625$

b) $p(\text{Lusche}) = \frac{12}{32} = 0,375$

c) $p(\text{schwarze Karte}) = \frac{16}{32} = 0,5$

Aufgabe 3:

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln die Augensumme 12 zu würfeln?

$p(\text{Pasch } 6) = \frac{1}{36} = 0,02\bar{7}$



Aufgabe 4:

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, ein Gewinnlos zu ziehen, wenn

- sich unter 500 Losen 140 Gewinnlose befinden?
- sich unter 1800 Losen 1200 Nieten befinden?
- 380 Nieten und 220 Gewinnlose verkauft werden?

a) $p(\text{Gewinn}) = \frac{140}{500} = 0,28$

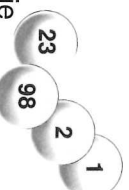
b) $p(\text{Gewinn}) = \frac{600}{1800} = 0,3\bar{3}$

b) $p(\text{Gewinn}) = \frac{220}{600} = 0,3\bar{6}$

Übungsaufgaben I

Aufgabe 1:

Aus einer Schale mit von 1 bis 100 nummerierten Kugeln wird eine Kugel blind gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit



- eine Zahl zu ziehen, die nicht die Ziffer 7 enthält?
- eine Primzahl zu ziehen?

Aufgabe 2:

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit mit zwei Würfeln die Augensumme 6 zu würfeln?



Aufgabe 3:

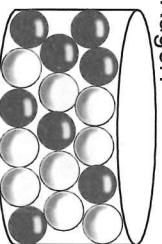
Es werden blind Buchstabenkarten gezogen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, die drei Karten



nacheinander so zu ziehen, dass das Wort OMA zu lesen ist?

Aufgabe 4:

Aus einem Behälter wird blind eine Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es eine schwarze Kugel?



Übungsaufgaben II

Aufgabe 5:

In einem Behälter sind weiße und schwarze Kugeln. Die Gesamtanzahl der Kugeln ist 72 und die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen, beträgt a) 0,375 b) 0,25. Wie viele weiße und schwarze Kugeln sind in dem Behälter?

Aufgabe 6:

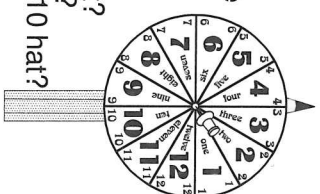
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Werfen von zwei Münzen



- beide Münzen Zahl zeigen?
- eine Münze Zahl, die andere Münze Bild zeigt?

Aufgabe 7:

Wie groß ist bei diesem Glücksrad die Wahrscheinlichkeit, dass

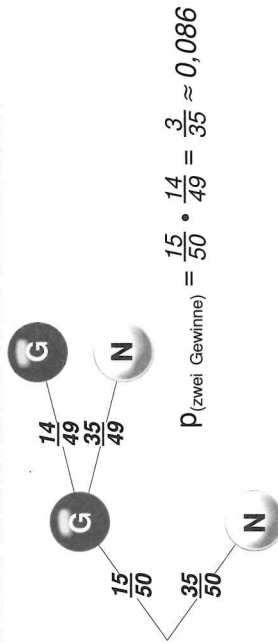


- die gedrehte Zahl ungerade ist?
- die gedrehte Zahl durch 2 teilbar ist?
- die gedrehte Zahl eine Primzahl ist?
- die gedrehte Zahl die Quersumme 10 hat?
- die gedrehte Zahl aus zwei gleichen Ziffern besteht?

Lösungen Übungsaufgaben I

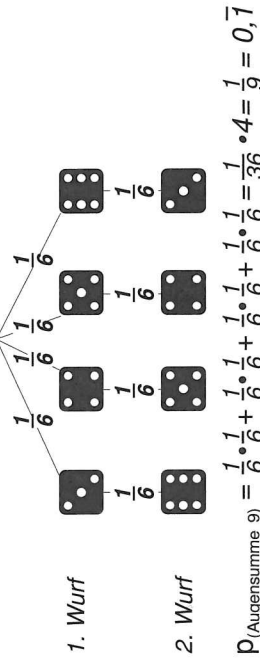
Aufgabe 1:

In einer Lostrommel befinden sich noch 50 Lose. 15 davon sind Gewinne, 35 sind Nieten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Lucky Looser zweimal hintereinander einen Gewinn zieht?



Aufgabe 2:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln die Augensumme 9 zu würfeln?



Aufgabe 3:

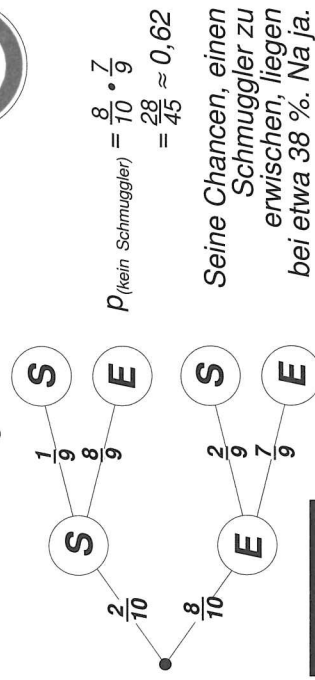
In einem Behälter sind drei weiße und fünf schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis

- a) »1. Kugel weiß, 2. Kugel schwarz«?
 b) »mindestens eine Kugel ist schwarz«?
- a) $p_{\text{(weiß,schwarz)}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56} \approx 0,27$
 b) $p_{\text{(mindestens eine schwarze)}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{56} \approx 0,89$

Lösungen Übungsaufgaben II

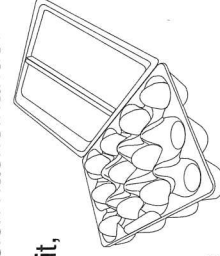
Aufgabe 4:

Der Zollbeamte Herlock Sholmes weiß genau, dass unter einer Reisegruppe von zehn Personen zwei Leute sind, die Zigaretten und Alkohol in nicht unerheblichen Maße geschmuggelt haben. Er will aber nicht alle zehn Reisende checken, sondern greift sich lediglich zwei Personen aus der Gruppe heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt er keinen einzigen Schmuggler? Ergänze das Baumdiagramm (S Schmuggler, E Ehrlich) und berechne die Wahrscheinlichkeit anhand der Pfadregel.



Aufgabe 5:

Ein Koch braucht für sein Omelette drei Eier. Leider sind von den zehn Eiern, die sich in seinem Kühlschrank befinden, drei nicht mehr so taufrisch. Er greift wahllos in die Eierleiste, um sich nacheinander die drei Eier zu holen.



Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er drei Eier verarbeitet, die

a) alle drei faul sind?
 b) alle drei frisch sind?

- a) *Drei Eier sind faul.*
 $p = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{120} = 0,008\bar{3}$
 b) *Kein Ei ist faul.*
 $p = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{7}{24} = 0,291\bar{6}$

Die Chance, dass das Omelette genießbar ist, liegt bei über 29 %, also bitte nicht essen.

Pfad- und Summenregel

Pfadregel:

Man erhält die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment, indem man die Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Stufe des Experiments entlang dem Pfad des Baumdiagramms multipliziert.

Summenregel:

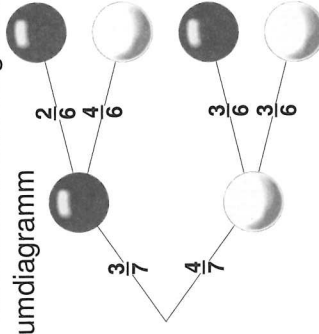
Bei zusammengesetzten Ereignissen berechnet man für jedes Ereignis die Wahrscheinlichkeiten nach der Pfadregel und addiert diese Wahrscheinlichkeiten.

Beispiel:

In einem Behälter sind vier weiße und drei schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis

- a) »1. Kugel weiß, 2. Kugel schwarz«?
 b) »mindestens eine Kugel ist schwarz«?

Baumdiagramm



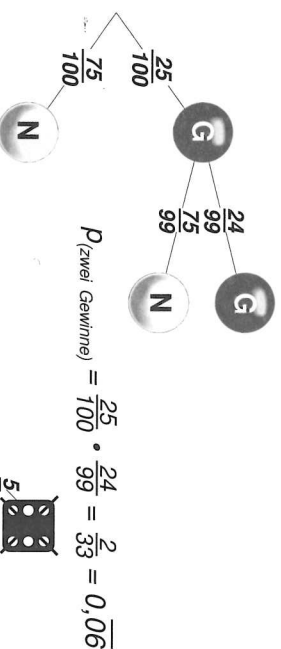
- a) $p_{\text{(weiß,schwarz)}} = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{7} \approx 0,29$
 b) $p_{\text{(mindestens eine schwarze)}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{7} \approx 0,71$



Musteraufgaben

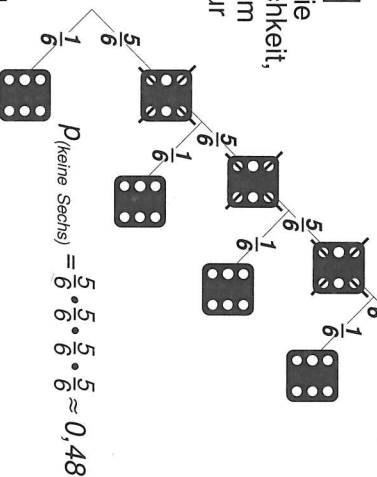
Aufgabe 1:

In einer Lostrommel befinden sich noch 100 Lose. 25 davon sind Gewinne, 75 sind Nieten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Lucky Looser zweimal hintereinander einen Gewinn zieht?



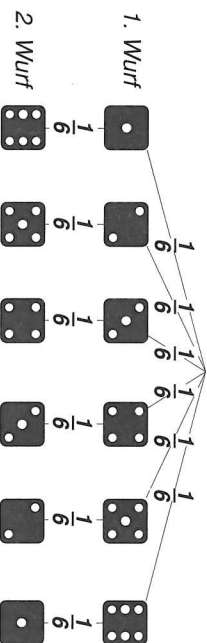
Aufgabe 2:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei viermaligem Würfeln mit nur einem Würfel keimale eine Sechse zu erzielen?



Aufgabe 3:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln die Augensumme 7 zu würfeln?

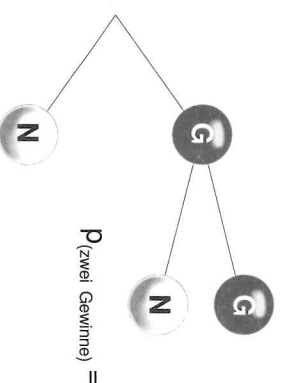


$$P_{\text{(Augensumme 7)}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Übungsaufgaben I

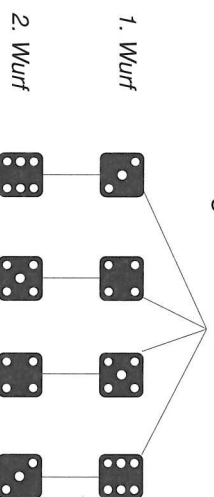
Aufgabe 1:

In einer Lostrommel befinden sich noch 50 Lose. 15 davon sind Gewinne, 35 sind Nieten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Lucky Looser zweimal hintereinander einen Gewinn zieht?



Aufgabe 2:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln die Augensumme 9 zu würfeln?



$$P_{\text{(Augensumme 9)}} = \frac{1}{9}$$

Aufgabe 3:

In einem Behälter sind drei weiße und fünf schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugel ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis

- »1. Kugel weiß, 2. Kugel schwarz«?
- »mindestens eine Kugel ist schwarz«?

$$a) P_{\text{(weiß, schwarz)}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$$

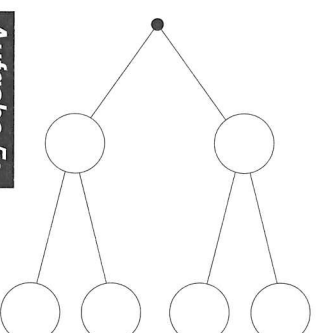
$$b) P_{\text{(mindestens eine schwarze)}} = 1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{23}{28}$$



Übungsaufgaben II

Aufgabe 4:

Der Zollbeamte Herlock Sholmes weiß genau, dass unter einer Reisegruppe von zehn Personen zwei Leute sind, die Zigaretten und Alkohol in nicht unerheblichen Maße geschmuggelt haben. Er will aber nicht alle zehn Reisende checken, sondern greift sich lediglich zwei Personen aus der Gruppe heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt er keinen einzigen Schmuggler? Ergänze das Baumdiagramm (S Schmuggler, E Ehrlich) und berechne die Wahrscheinlichkeit anhand der Pfadregel.



Aufgabe 5:

Ein Koch braucht für sein Omelette drei Eier. Leider sind von den zehn Eiern, die sich in seinem Kühlschrank befinden, drei nicht mehr so tauffrisch. Er greift wahllos in die Eierleiste, um sich nacheinander die drei Eier zu holen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er drei Eier verarbeitet, die

- alle drei faul sind?
- alle drei frisch sind?

